Théorème de Pythagore

Objectifs :

- ☞ Résoudre une équation du type $a + x = b$.
- ☞ Maîtriser la touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice.
- ☞ Calculer une longueur dans un triangle rectangle en utilisant le théorème de Pythagore

Pour prendre un bon départ

Pour bien réussir le thème, tu auras besoin de deux outils indispensables :
La résolution d'une équation du type $a + x = b$ et la maîtrise de la touche $\sqrt{\ }$ de ta calculatrice.

Exercice n°1 : Résoudre les équations suivantes :

$5 + x = 12$; $24 + x = -6$; $x + 8 = 9$; $x + 16 = -18$; $14 + x = 13$;
$81 + x = -5$; $-x + 25 = 40$; $-x + 7 = -13$; $-6 + x = 3$; $-46 + x = -17$;
$-x + 21 = -7$

Exercice n°2 : La racine carrée d'un nombre positif

Attention : Seul les nombres positifs ont une racine carrée (la raison sera étudiée en troisième), et, par définition, une racine carrée est toujours positive.

Exemple :

On a $3 \times 3 = 9$. Alors, on peut dire que : **9 est le carré de 3 ($9 = 3^2$)**
Ou encore : **3 est la racine carrée de 9 ($3 = \sqrt{9}$) . *On prononce racine carrée de 9***

a. Complète le tableau en calculant mentalement.

carré

3	4			0,6		1,1			0
9		25	100		0,49		8 100	1	

Racine carrée

A l'aide du tableau, complète : $\sqrt{25}$ =..... ; 4 = $\sqrt{.....}$; .....= $\sqrt{100}$; $\sqrt{0{,}49}$ =.....

b. Les calculatrices ont presque toutes une touche $\boxed{x^2}$ pour calculer les carrés et une touche $\boxed{\sqrt{\ }}$ pour calculer les racines carrées.
Complète en calculant à la machine.

carré

37						0,01		
	225	1 024	1 444	1,96	0,25		0,0016	40,96

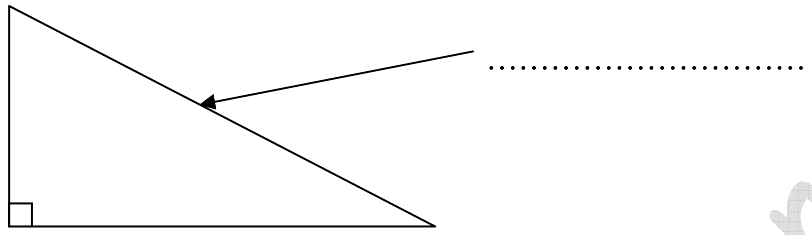
Racine carrée

c. Le plus souvent, le calcul d'une racine carrée ne « ne tombe pas juste ».
Calcule, à la machine, des valeurs approchées à 0,001 près de :

$\sqrt{2}$ ≈.............. ; $\sqrt{3}$ ≈.............. ; $\sqrt{5}$ ≈.............. ; $\sqrt{7}$ ≈.............. ; $\sqrt{10}$ ≈..............
$\sqrt{12}$ ≈.............. ; $\sqrt{0{,}1}$ ≈.............. ; $\sqrt{2{,}5}$ ≈..............

ACTIVITE : **LE THEOREME DE PYTHAGORE**

Information : Dans une triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit est appelé **hypoténuse.**



Question : Le théorème de Pythagore, à quoi sert-il ? **Réponse :** *(Complète)* : Si on connaît la longueur de deux des trois côtés d'un triangle rectangle, alors le théorème de Pythagore permet de calculer …………………………………………………….

COMMENT REDIGER

Il est important que tu respectes les quatre étapes pour calculer la longueur du troisième côté d'un triangle rectangle en utilisant le théorème de Pythagore :

Hypothèse (s) (On sait que) ; théorème où propriété utilisé ; calculs ; conclusion

Enoncé du problème 1 : On considère un triangle rectangle en A tel que AB = 7 cm et AC = 9 cm.
Calculer la longueur du côté [BC].

Complète :
Dans le triangle ……….. rectangle en …….. D'après le théorème de ………………. , on a :

$BC^2 = AB^2 + ……….$

$BC^2 = 7^2 + ……….$

$BC^2 = 49 + ……….$

$BC^2 = ……….$

$BC = \sqrt{.............}$

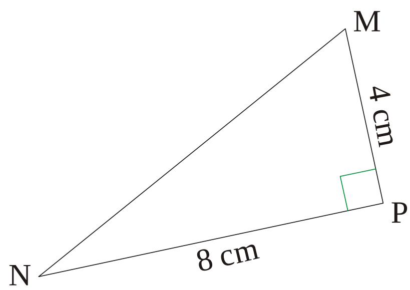
$BC = ……….$

Conclusion **: La longueur de BC est ………….. cm.**

Problème 2 : On considère un triangle ABC, rectangle en A et d'hypoténuse [BC] tel que :
AB = 12 cm et BC = 13 cm.
Calcule la longueur du côté [AC] (*Faire la même rédaction que ci-dessus)*

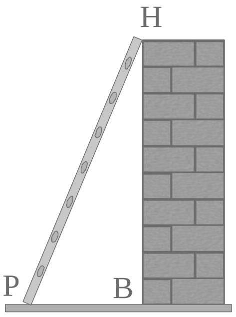
Exercice n°1 :
ABC est un triangle rectangle en C tel que : CA = 3 cm et CB = 4 cm.
Calcule la longueur AB. (*Commence par faire un dessin à main levée)*

Exercice n°2 :
Calcule la valeur exacte de la longueur MN, puis sa valeur arrondie au dixième près.



Exercice n°3 :
EFG est un triangle rectangle en F tel que EF = 4 cm et EG = 6 cm.
Calcule la valeur exacte de FG, puis sa valeur arrondie au mm près.

Exercice n°4 : Une échelle de 5 m de hauteur est adossée à un mur.



Le haut de l'échelle est posé exactement au sommet H du mur et le pied P de l'échelle est à

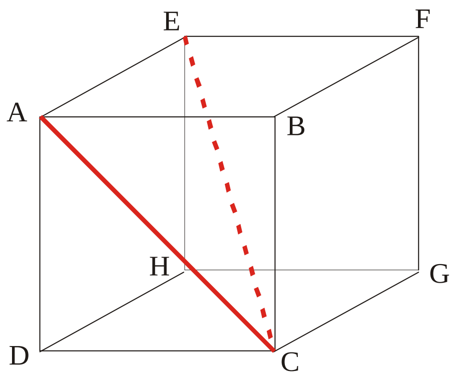
1 m du mur.
Calcule la hauteur exacte du mur , puis une valeur arrondie au cm.

Exercice n°5 :
1°) Calcule la longueur de la diagonale :
a) d'un carré ABCD de coté 5 cm ;
b) d'un rectangle EFGH de 7 cm sur 3 cm.

2°) Un rectangle IJKL a un côté de [IJ] de 4 cm et une diagonale [JL] de 5 cm. Calcule la longueur du côté [JK].

Conseil : exécute d'abord un dessin à main levée.

Exercice n°6 :
ABCDEFGH est un cube d'arête 10 cm. On veut calculer la longueur de la grande diagonale [EC].
a) Calcule la longueur AC.
b) AEC est un triangle rectangle en A ; calcule la longueur EC.



Correction

Pour prendre un bon départ

Exercice n°1 :

$5 + x = 12$; $24 + x = -6$; $x + 8 = 9$; $x + 16 = -18$; $14 + x = 13$; $81 + x = -5$

$x = 12 - 5$ | $x = -6 - 24$ | $x = 9 - 8$ | $x = -18 - 16$ | $x = 13 - 14$ | $x = -5 - 81$

$x = 7$ | $x = -30$ | $x = 1$ | $x = -34$ | $x = -1$ | $x = -86$

$-x + 25 = 40$; $-x + 7 = -13$; $-6 + x = 3$; $-46 + x = -17$; $-x + 21 = -7$

$-x = 40 - 25$ | $-x = -13 - 7$ | $x = 3 + 6$ | $x = -17 + 46$ | $-x = -7 - 21$

$-x = 15$ | $-x = -20$ | $x = 9$ | $x = 29$ | $-x = -28$

$x = -15$ | $x = 20$ | | | $x = 28$

Exercice n°2 : La racine carrée d'un nombre positif

d.

carré

3	4	5	10	0,6	0,7	1,1	90	1	0
9	16	25	100	0,36	0,49	1,21	8 100	1	0

e

$\sqrt{25} = 5$; $4 = \sqrt{16}$; $10 = \sqrt{100}$; $\sqrt{0,49} = 0,7$

e.

carré

37	15	32	38	1,4	0,5	0,01	0,04	1111	6,4
1369	225	1 024	1 444	1,96	0,25	0,0001	0,0016	1234321	40,96

Racine carrée

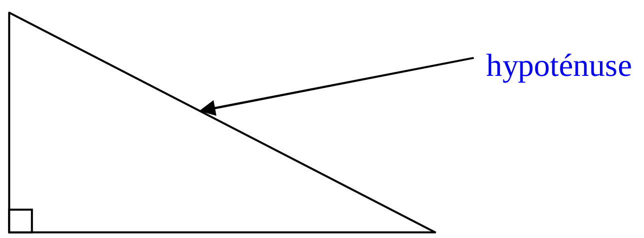
f. Valeurs approchées à 0,001 près :

$\sqrt{2} \approx 1,414$; $\sqrt{3} \approx 1,732$; $\sqrt{5} \approx 2,236$; $\sqrt{7} \approx 2,646$; $\sqrt{10} \approx 3,162$

$\sqrt{12} \approx 3,464$; $\sqrt{0,1} \approx 0,316$; $\sqrt{2,5} \approx 1,581$

ACTIVITE : LE THEOREME DE PYTHAGORE

Information : Dans une triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit est appelé **hypoténuse.**



COMMENT REDIGER

Enoncé du problème 1 : On considère un triangle rectangle en A tel que AB = 7 cm et AC = 9 cm.
Calculer la longueur du côté [AC].

Complète :
Dans le triangle ABC rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore , on a :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 7^2 + 9^2$

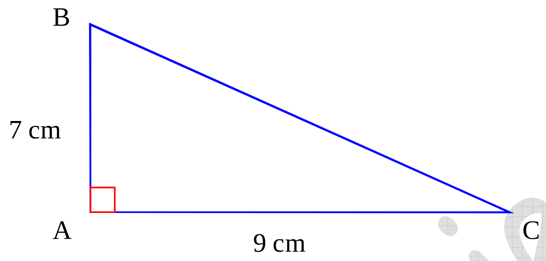
$BC^2 = 49 + 81$

$BC^2 = 130$

$BC = \sqrt{130}$

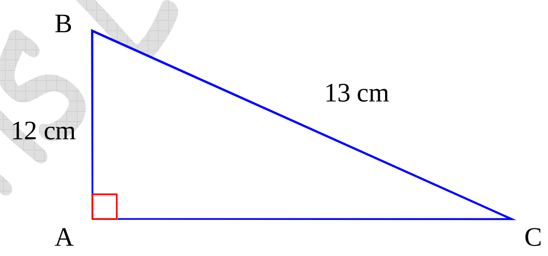
$BC \approx 11{,}4$

Conclusion **: <u>La longueur de BC est environ 11,4 cm.</u>**



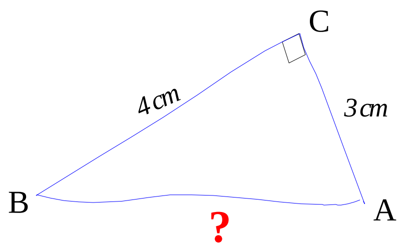
Problème 2 : On considère un triangle ABC, rectangle en A et d'hypoténuse [BC] tel que :
AB = 12 cm et BC = 13 cm.
Calcule la longueur du côté [AC] (*Faire la même rédaction que ci-dessus)*

Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$13^2 = 12^2 + AC^2$
$169 = 144 + AC^2$
$AC^2 = 169 - 144$
$AC^2 = 25$
$AC = \sqrt{25}$
$AC = 5$
Conclusion: **AC = 5 cm**



<u>Exercice n°1 :</u>
Le triangle ABC est rectangle en C. On a donc, d'après le théorème de Pythagore :

$AB^2 = BC^2 + CA^2$
$AB^2 = 4^2 + 3^2$
$AB^2 = 16 + 9$
$AB^2 = 25$
$AB = \sqrt{25}$
$AB = 5$
<u>Conclusion :</u> **AB = 5 cm**



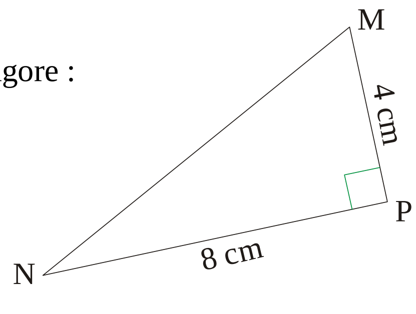
<u>Exercice n°2 :</u>
Le triangle ABC est rectangle en C. On a donc, d'après le théorème de Pythagore :

$MN^2 = MP^2 + NP^2$
$MN^2 = 4^2 + 8^2$
$MN^2 = 16 + 64$
$MN^2 = 80$

$MN = \sqrt{80}$
$MN \approx 8{,}94$
<u>Conclusion :</u>

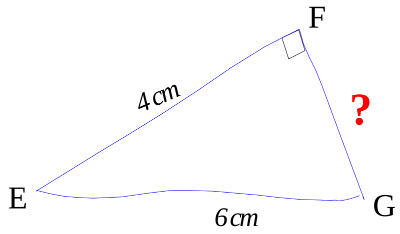
La valeur exacte de MN est $\sqrt{80}$ cm

La valeur arrondie au mm près est 8,9 cm



Exercice n°3 :
Le triangle ABD est rectangle en B. On a donc, d'après le théorème de Pythagore :

$EG^2 = EF^2 + FG^2$
$6^2 = 4^2 + FG^2$
$36 = 16 + FG^2$
$FG^2 = 36 - 16$
$FG^2 = 20$
$FG = \sqrt{20}$
$FG \approx 4{,}47$



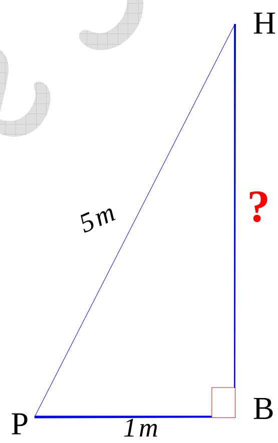
Conclusion :

La valeur exacte de FG est $\sqrt{20}$ cm

La valeur arrondie au mm près est 4,5 cm

Exercice n°4 :
Le triangle PBH est rectangle en B. On a donc, d'après le théorème de Pythagore :

$HP^2 = PB^2 + HB^2$
$5^2 = 1^2 + HB^2$
$25 = 1 + HB^2$
$HB^2 = 25 - 1$
$HB^2 = 24$
$HB = \sqrt{24}$
$HB \approx 4{,}898$



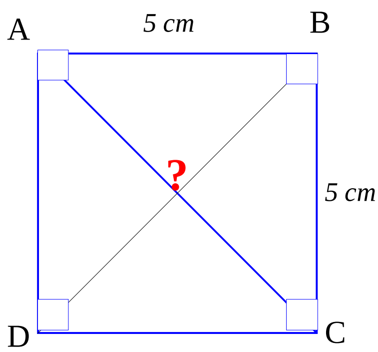
Conclusion :

La valeur exacte de HB est $\sqrt{24}$ m

La valeur arrondie au cm près est 4,90 m

Exercice n°5 :
1°) a) Carré ABCD de coté 5 cm
Le triangle ABC est rectangle en B car un carré à 4 angles droits.
On a donc, d'après le théorème de Pythagore :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$AC^2 = 5^2 + 5^2$
$AC^2 = 25 + 25$
$AC^2 = 50$
$AC = \sqrt{50}$
$AC \approx 7{,}07$



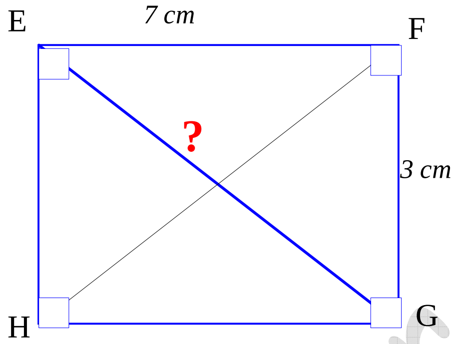
Comme dans un carré les diagonales ont la même longueur, alors DB = AC

Conclusion :

La longueur exacte de la diagonale est $\sqrt{50}$ cm

Sa valeur arrondie au mm près est 7,1 cm

1°) b) Rectangle EFGH de 7 cm sur 3 cm.
Le triangle EFG est rectangle en F car un rectangle à 4 angles droits.
On a donc, d'après le théorème de Pythagore :

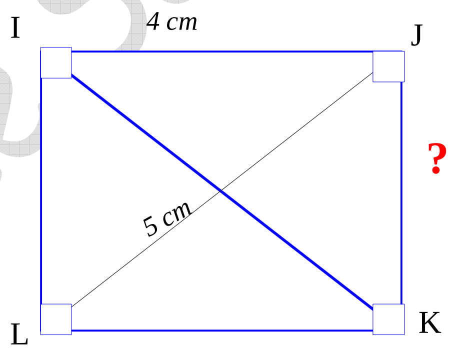


$EG^2 = EF^2 + FG^2$
$EG^2 = 7^2 + 3^2$
$EG^2 = 49 + 9$
$EG^2 = 58$
$EG = \sqrt{58}$
$EG \approx 7{,}61$
Comme dans un rectangle les diagonales ont la même longueur, alors EG = HF

Conclusion :

La longueur exacte de la diagonale est $\sqrt{58}$ cm
Sa valeur arrondie au mm près est 7,6 cm

2°) Rectangle IJKL tel que IJ = 4 cm et JL = 5 cm.
Le triangle IJK est rectangle en J car un rectangle à 4 angles droits.
On a donc, d'après le théorème de Pythagore :

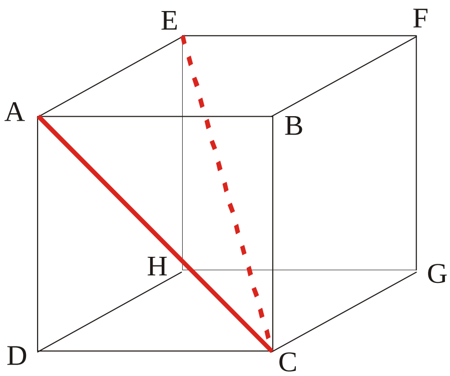


$IK^2 = IJ^2 + JK^2$
$5^2 = 4^2 + JK^2$
(IK = JL = 5 cm car les diagonales ont la même longueur)
$25 = 16 + JK^2$
$JK^2 = 25 - 16$
$JK^2 = 9$
$JK = \sqrt{9}$
$JK = 3$
Conclusion :

La longueur du côté [JK] mesure 3 cm

Exercice n°6 :

a) Calcul de la longueur AC.
Un cube est formé de faces carrés, donc ABC est un triangle rectangle en B.
D'après le théorème de Pythagore, on a :



$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$AC^2 = 10^2 + 10^2$
$AC^2 = 100 + 100$
$AC^2 = 200$
$AC = \sqrt{200}$
$AC \approx 14{,}14$
Conclusion :

La longueur exacte de la diagonale est $\sqrt{200}$ cm
Sa valeur arrondie au mm près est 14,1 cm

b) Calcul de la longueur EC.
Dans le triangle AEC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$EC^2 = AE^2 + AC^2$
$EC^2 = 10^2 + 200$ (d'après la question **a)**)
$EC^2 = 100 + 200$
$EC^2 = 300$
$EC = \sqrt{300}$
$EC \approx 17{,}32$
Conclusion :

La longueur exacte de EC est $\sqrt{300}$ cm
Sa valeur arrondie au mm près est 17,3 cm