Réciproque du théorème de Pythagore

A - 1°) Construire un triangle ABC tel que BC = 40 mm , AB = 32 mm , AC = 24 mm.

2°) Calculer le carré de chacune de ces longueurs : $BC^2 =$ ……………………………………

$AB^2 =$ ……………………………… $AC^2 =$ …………………………………….

3°) Vérifier que le carré d'un côté de ce triangle est égal à la somme des carrés des deux autres côtés :

4°) Vérifier avec l'équerre que le triangle ABC est rectangle en A.

5°) Vérifier que le triangle ABC est rectangle en A en traçant le cercle de diamètre [BC] et en vérifiant que le point A est situé sur ce cercle.

B - <u>BILAN :</u> *Cette propriété est admise sans démonstration*

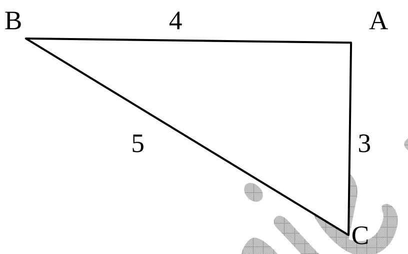
> Si dans un triangle, le carré d'un côté est égal à la ……………………. des ……………. des autres ………….. , alors ce triangle est ………………… et son hypoténuse est son plus grand côté.

Cette propriété s'appelle la **réciproque du théorème de Pythagore.**

C - « Soyons logique »

Voici deux fragments d'exercices un peu incomplets mais justes, relevés sur les copies de Jérémie et de Lydie :

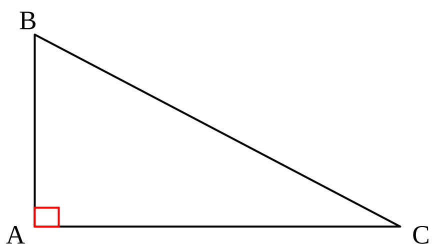
Copie de Jérémie :



$$\left.\begin{aligned} &4^2+3^2=16+9=25\\ &5^2=25\end{aligned}\right\}\ \textit{donc}\quad AB^2+AC^2=BC^2$$

Je peux donc affirmer que le triangle ABC est rectangle en A.

Copie de Lydie :



Comme le triangle ABC est rectangle en A, je peux affirmer que $AB^2 + AC^2 = BC^2$

1. **Dans la copie de Jérémie** :

a) Quelles sont les données ? :
b) Quelle est sa conclusion ? :
c) Quelle propriété a-t-il utilisée ?

2. **Dans la copie de Lydie**

a) Quelles sont les données ? :
b) Quelle est sa conclusion ? :
c) Quelle propriété a-t-elle utilisée ?

<u>Exercice n°8 :</u> *Recopie et complète :*

<u>Énoncé</u> : MNP est un triangle tel que : MN = 3,4 cm, MP = 1,6 cm et NP = 3 cm.
Détermine si ce triangle est rectangle.

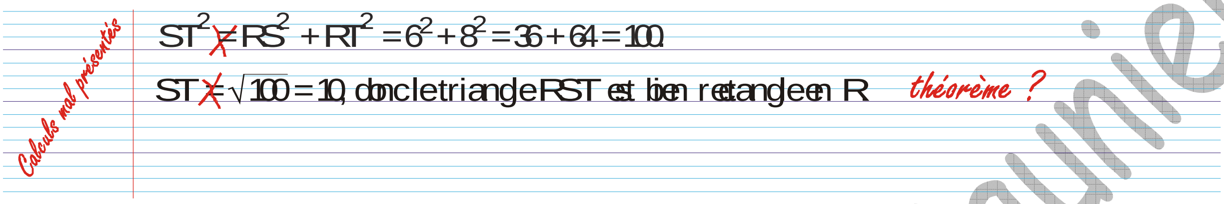
Solution :

$\ldots^2 = \ldots^2 = 11{,}56$

$MP^2 + \ldots = \ldots^2 + \ldots^2 = \ldots + 9 = \ldots$

Donc dans le … …, comme $MN^2 = \ldots + \ldots$, d'après …, le triangle MNP est … en …

Exercice n°9 : **a)** Trace un triangle RST tel que : RS = 6 cm, RT = 8 cm et ST = 10 cm.
b) Voilà ce qu'a écrit Sophie pour prouver que le triangle RST est rectangle :

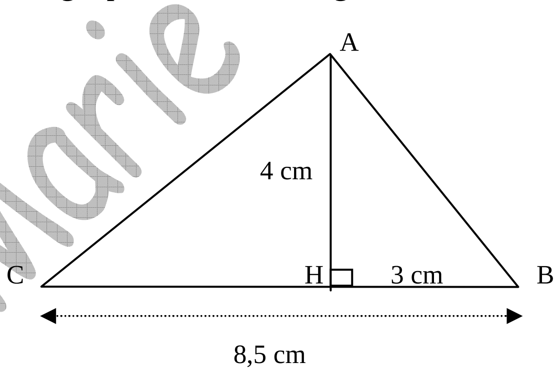


Pourquoi le professeur a-t-il barré les signes égal et écrit dans la marge « calculs mal présentés ? »
c) Rédige correctement la réponse.

Exercice n°10 : **a)** Construis un triangle SEL tel que SE = 7,5 cm, EL = 4 cm et LS = 8,5 cm.
b) Démontre que le triangle SEL est rectangle.

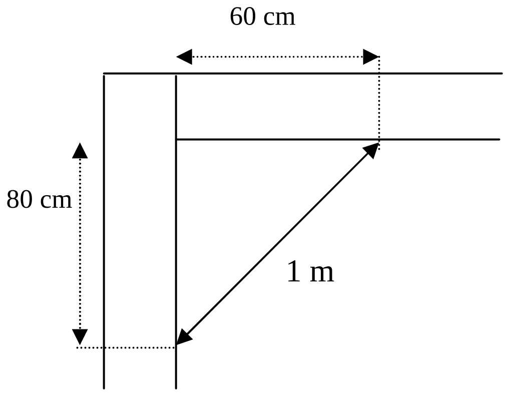
Exercice n° 11 : **1.** On considère le triangle LMN tel que : LM = 9,9 cm, MN = 16,5 cm et LN = 13,2 cm.
Ce triangle est-il rectangle ?
2. On considère le triangle IJK tel que : IJ = 10 cm , JK = 13 cm et IK = 16 cm.
Ce triangle est-il rectangle ?

Exercice n°12: Un tel triangle peut-il être rectangle en A ?

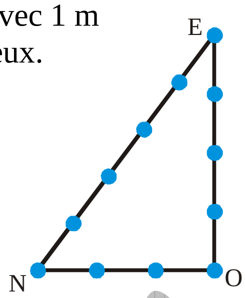


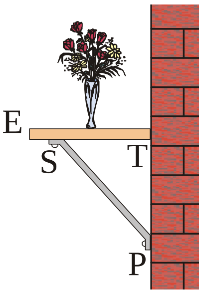
Exercice n°13 :

Pour vérifier que 2 montants d'une porte sont bien
Perpendiculaires, un menuisier mesure 60 cm sur
Un montant et 80 cm sur l'autre. Il mesure la
Distance entre les 2 traits obtenus et trouve 1 m.
Il est satisfait de son travail.
A-t-il raison ?



Exercice n°14 : En Mésopotamie, pendant l'antiquité on utilisait des cordes à nœuds (avec 1 m entre chaque nœud) pour obtenir des angles droits dans les constructions d'autels religieux. Explique pourquoi cette corde à nœuds bien tendue donne un angle droit.





Exercice n°15 :

On a fixé au mur une étagère [ET] en la soutenant par un support [SP].

ST = 17,6 cm TP = 33 cm SP = 37,4 cm.

On suppose que le mur est vertical.

L'étagère est-elle horizontale ?

Correction

ACTIVITE 3 :

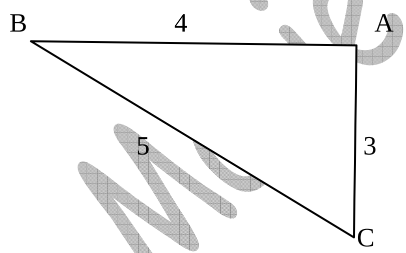
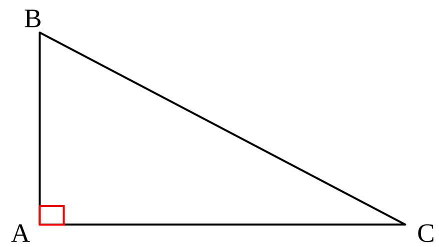
A - 1°) Construire un triangle ABC tel que BC = 40 mm , AB = 32 mm , AC = 24 mm.
2°) Calculer le carré de chacune de ces longueurs.
3°) Vérifier que le carré d'un côté de ce triangle est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.
4°) Vérifier avec l'équerre que le triangle ABC est rectangle en A.
5°) Vérifier que le triangle ABC est rectangle en A en traçant le cercle de diamètre [BC] et en vérifiant que le point A est situé sur ce cercle.

B - BILAN : *Cette propriété est admise sans démonstration*
Complète :

Si dans un triangle, le carré d'un côté est égal à la **somme** des **carrés** des autres **côtés** , alors ce triangle est **rectangle** et son hypoténuse est son plus grand côté.

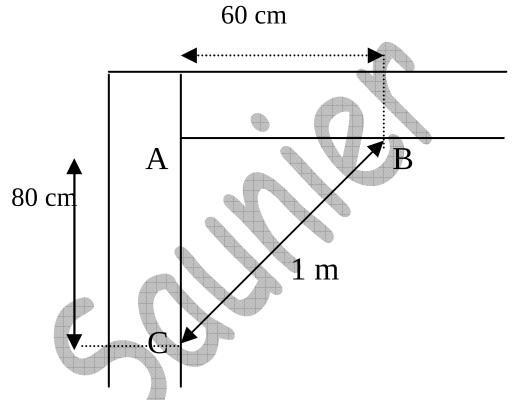
Cette propriété s'appelle la **réciproque du théorème de Pythagore.**

C - « Soyons logique »
Voici deux fragments d'exercices un peu incomplets mais justes, relevés sur les copies de Jérémie et de Lydie :

Copie de Jérémie :	**Copie de Lydie :**
 $\left.\begin{array}{l}4^2+3^2=16+9=25\\ 5^2=25\end{array}\right\}$ *donc* $AB^2+AC^2=BC^2$ *Je peux donc affirmer que le triangle ABC est rectangle en A.*	 *Comme le triangle ABC est rectangle en A, je peux affirmer que* $AB^2 + AC^2 = BC^2$

1. Dans la copie de Jérémie : **a)** Quelles sont les données ?
   b) Quelle est sa conclusion ?
   c) Quelle propriété a-t-il utilisée ?
2. Mêmes questions pour la copie de Lydie.

Exercice n°13 :



Pour vérifier que 2 montants d'une porte sont bien
Perpendiculaires, un menuisier mesure 60 cm sur
Un montant et 80 cm sur l'autre. Il mesure la
Distance entre les 2 traits obtenus et trouve 1 m.
Il est satisfait de son travail.
A-t-il raison ?

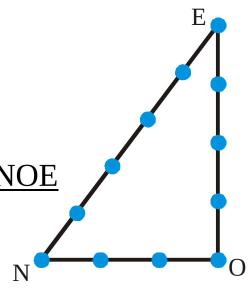
CB = 1 m = 100 cm

Dans le triangle ABC, on a : $CB^2 = 100^2 = 10\,000$

et $AC^2 + AB^2 = 80^2 + 60^2 = 6\,400 + 3\,600 = 10\,000$

Comme $CB^2 = AC^2 + AB^2$, alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, <u>le triangle ABC est rectangle en A et donc le menuisier peut-être satisfait.</u>

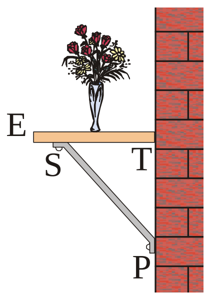
Exercice n°14 :



Dans le triangle ONE, on a : $NE^2 = 5^2 = 25$

et $NO^2 + OE^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

Comme $NE^2 = NO^2 + OE^2$, alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore <u>le triangle NOE est rectangle en O.</u>



Exercice n°15 :

Dans le triangle STP rectangle en T, on a : $SP^2 = 37{,}4^2 = 1\,398{,}76$

Et $ST^2 + TP^2 = 17{,}6^2 + 33^2 = 1\,398{,}76$

Comme $SP^2 = ST^2 + TP^2$, alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle STP est rectangle en T et ainsi <u>l'étagère est horizontale</u>.