

Double distributivité

Pour prendre un bon départ

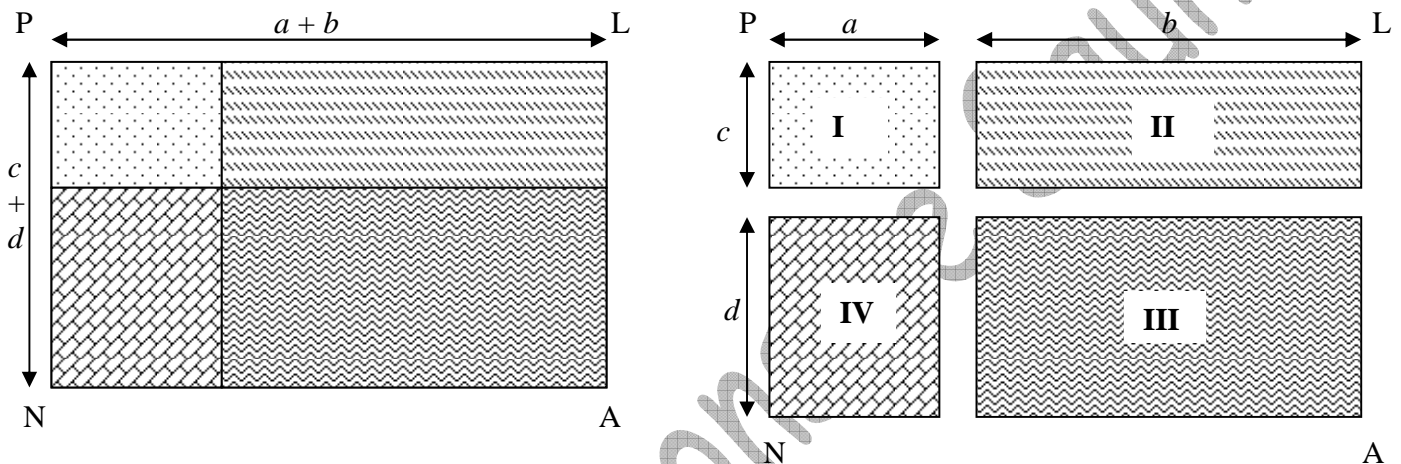
Exercice n°1 :

Développe et réduis les expressions suivantes :

$$A = 6 - 4(3x + 8) \quad ; \quad B = -3y + 4(5y + 6) + 6y \quad ; \quad C = 2a - 7(3a + 5) \quad ; \quad D = -3(x + 4) - 2(4 - 2x)$$

ACTIVITE :

La figure ci-dessous représente un rectangle PLAN coupé en quatre « morceaux ».



A. Avec des nombres

On suppose que $a = 3$; $b = 5$; $c = 2$ et $d = 4$

1. Complète : $PL = \dots\dots\dots$ et $PN = \dots\dots\dots$

Aire du rectangle PLAN est : Aire (PLAN) = $\dots\dots\dots$

2. Complète :

Aire du rectangle I = $\dots\dots\dots$

Aire du rectangle II = $\dots\dots\dots$

Aire du rectangle III = $\dots\dots\dots$

Aire du rectangle IV = $\dots\dots\dots$

3. Vérifie que la somme des aires de ces morceaux est égale à l'aire du rectangle PLAN :

$\dots\dots\dots$

B. Avec des lettres (cas général)

1. Donne la longueur, la largeur et l'aire du rectangle PLAN en fonction de a , b , c et d : Complète

$PL = \dots\dots\dots$; $PN = \dots\dots\dots$; Aire (PLAN) = $(\dots + \dots) \times (\dots + \dots)$

2. Donne l'aire de chacun des morceaux I, II, III et IV en fonction de a , b , c et d : Complète

Aire (I) = $\dots\dots\dots$; Aire (II) = $\dots\dots\dots$; Aire (III) = $\dots\dots\dots$; Aire (IV) = $\dots\dots\dots$

3. Complète l'égalité : $(a + b) \times (c + d) = \dots\dots\dots$

C. Démonstration

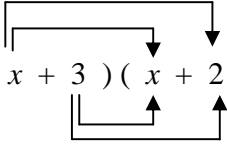
En utilisant la formule : $k \times (x + y) = k \times x + k \times y$, complète :

$$(a + b) \times (c + d) = \dots \times (c + d) + b \times (\dots + \dots) = \boxed{ac + \dots + \dots + \dots}$$

Ainsi :

$$\boxed{\boxed{(a + b) \times (c + d) = \dots}}$$

Exercice n°1 : Développe et réduis comme l'exemple :


$$(x + 3)(x + 2) = x \times x + x \times 2 + 3 \times x + 3 \times 2 = x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 5x + 6$$

$$(x + 1)(x + 2) = \dots$$

$$(x - 7)(x + 8) = \dots$$

$$(x - 2)(x - 5) = \dots$$

$$(4x + 5)(2x + 3) = \dots$$

$$(-5x + 3)(-3x - 5) = \dots$$

Exercice n°2 : Développe et réduis les expressions suivantes

$$A = (x - 3)(x + 2) \quad ; \quad B = (x - 5)(x - 7) \quad ; \quad C = (y + 2)(y - 3) \quad ; \quad D = ((y - 4)(y - 3)$$

$$E = (4x + 1)(x - 5) \quad ; \quad F = (3x - 2)(x - 4) \quad ; \quad G = (5y - 2)(y + 3) \quad ; \quad H = (4y + 3)(2 - 3y)$$

Exercice n°3 :

Au tableau un élève a écrit le résultat : $(2x + 1)(3x + 2) = 5x^2 + 7x + 2$

1°) Pas sûr de lui, il teste son résultat pour $x = 0$. Peut-il en tirer une conclusion ?

2°) a. Teste son résultat pour $x = 1$. Que peux-tu en conclure ?

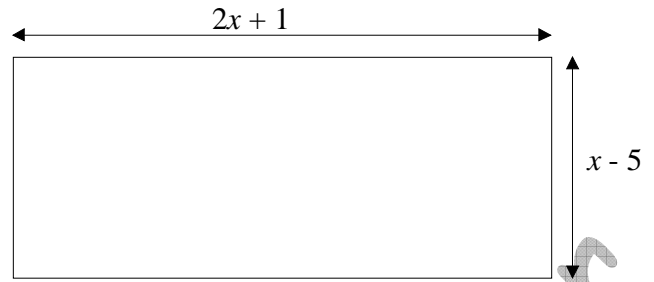
b. Développe et réduis l'expression $(2x + 1)(3x + 2)$ et corrige la réponse de L'élève.

Exercice n°4 : L'égalité ci-dessous est-elle juste ? Justifie ta réponse.

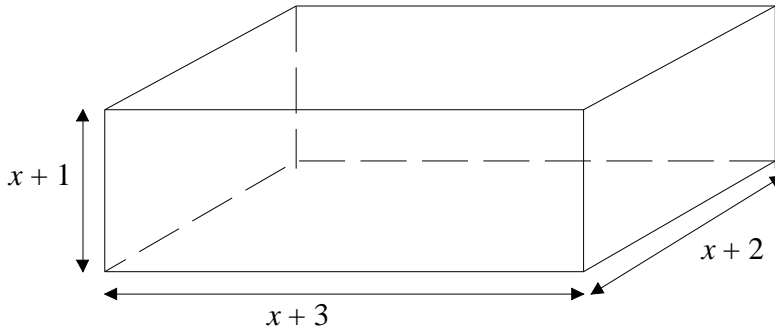
$$x(x - 1)(x + 1) = (x^2 - 1) - (x^2 - 2x + 1)$$

Exercice n°5 :

On considère le rectangle ci-contre où x désigne un nombre supérieur à 5.



1. Ecris une expression sous la forme de deux facteurs donnant l'aire de ce rectangle en fonction de x .
2. Donne une expression, sans parenthèses et réduite, de l'aire de ce rectangle.
3. En utilisant les deux réponses précédentes, calcule, de deux manières, l'aire de ce rectangle lorsque $x = 6$.



Exercice n°6 : On considère le parallélépipède rectangle ci-contre où x désigne un nombre positif.

1. Combien a-t-il d'arêtes ? Exprime, en fonction de x , la longueur de toutes les arêtes mises bout à bout. On appellera P cette expression.
2. Combien a-t-il de faces ? Exprime, en fonction de x , l'aire totale de ses faces. On appellera A cette expression.

3. Exprime, en fonction de x , le volume de ce parallélépipède rectangle. On appellera V cette expression.
4. Développe et réduis les expressions P , A et V .

Exercice n°7 : Développe et réduis comme dans l'exemple ci-dessous.

On effectue en priorité des produits. Puis on supprime les parenthèses et on réduit les termes semblables.

$$A = (2x + 3)(x - 2) - (x + 5)(x - 1)$$

$$A = (2x \times x + 2x \times (-2) + 3 \times x + 3 \times (-2)) - (x \times x + x \times (-1) + 5 \times x + 5 \times (-1))$$

$$A = (2x^2 - 4x + 3x - 6) - (x^2 - x + 5x - 5)$$

$$A = (2x^2 - x - 6) - (x^2 + 4x - 5) \quad \leftarrow \text{On réduit dans les parenthèses}$$

$$A = 2x^2 - x - 6 - x^2 - 4x + 5 \quad \leftarrow \text{On supprime les parenthèses}$$

$$A = x^2 - 5x - 1 \quad \leftarrow \text{On réduit.}$$

$$B = (3x + 4)(2x + 5) + (4x - 5)(2x - 3)$$

$$C = (x + 2)(2x - 1) - (x - 3)(x + 1)$$

$$D = 3x(2x + 3) + (4x - 5)(2x - 3)$$

$$E = (x + 3)(x - 3) - 5(-2x + 3x + 7)$$

$$F = 2(x - 4)(x + 5) - (-2x + 1)(3x - 5)$$

Correction

Pour prendre un bon départ

Développe et réduis les expressions suivantes :

$$A = 6 - 4(3x + 8)$$

$$B = -3y + 4(5y + 6) + 6y$$

$$C = -2a - 7(3a + 5)$$

$$D = -3(x + 4) - 2(4 - 2x)$$

$$A = 6 - 12x - 32$$

$$B = -3y + 20y + 24 + 6y$$

$$C = -2a - 21a - 35$$

$$D = -3x - 12 - 8 + 4x$$

$$A = -12x - 26$$

$$B = 23y + 24$$

$$C = -23a - 35$$

$$D = x - 20$$

Exercice n°1 : Développe et réduis :

$$(x + 1)(x + 2) = x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 3x + 2$$

$$(x - 7)(x + 8) = x^2 + 8x - 7x - 56 = x^2 + x - 56$$

$$(x - 2)(x - 5) = x^2 - 5x - 2x + 10 = x^2 - 7x + 10$$

$$(4x + 5)(2x + 3) = 8x^2 + 12x + 10x + 15 = 8x^2 + 22x + 15$$

$$(-5x + 3)(-3x - 5) = 15x^2 + 25x - 9x - 15 = 15x^2 + 16x - 15$$

Exercice n°2 : Développe et réduis les expressions suivantes

$$A = (x - 3)(x + 2)$$

$$B = (x - 5)(x - 7)$$

$$C = (y + 2)(y - 3)$$

$$D = (y - 4)(y - 3)$$

$$A = x^2 + 2x - 3x - 6$$

$$B = x^2 - 7x - 5x + 35$$

$$C = y^2 - 3y + 2y - 6$$

$$D = y^2 - 3y - 4y + 12$$

$$A = x^2 - x - 6$$

$$B = x^2 - 12x + 35$$

$$C = y^2 - y - 6$$

$$D = y^2 - 7y + 12$$

$$E = (4x + 1)(x - 5)$$

$$F = (3x - 2)(x - 4)$$

$$G = (5y - 2)(y + 3)$$

$$H = (4y + 3)(2 - 3y)$$

$$E = 4x^2 - 20x + x - 5$$

$$F = 3x^2 - 12x - 2x + 8$$

$$G = 5y^2 + 15y - 2y - 6$$

$$H = 8y - 12y^2 + 6 - 9y$$

$$E = 4x^2 - 19x - 5$$

$$F = 3x^2 - 14x + 8$$

$$G = 5y^2 + 13y - 6$$

$$H = -12y^2 - y + 6$$

Exercice n°3 : Au tableau un élève a écrit le résultat : $(2x + 1)(3x + 2) = 5x^2 + 7x + 2$

1°) Pas sur de lui, il teste son résultat pour $x = 0$. Peut-il en tirer une conclusion ?

Pour $x = 0$, on a : $(2x + 1)(3x + 2) = (2 \times 0 + 1)(3 \times 0 + 2) = 1 \times 2 = 2$

et $5x^2 + 7x + 2 = 5 \times 0^2 + 7 \times 0 + 2 = 2$

Il trouve le même résultat mais il ne peut pas conclure car tester pour une valeur ne permet de dire qu'il y a égalité.

L'égalité doit être vérifiée pour toutes valeurs de x .

2°) a. Teste son résultat pour $x = 1$. Que peux-tu en conclure ?

Pour $x = 1$, on a : $(2x + 1)(3x + 2) = (2 \times 1 + 1)(3 \times 1 + 2) = 3 \times 5 = 15$

et $5x^2 + 7x + 2 = 5 \times 1^2 + 7 \times 1 + 2 = 5 + 7 + 2 = 14$

Comme il n'obtient pas le même résultat alors son égalité est fautive.

c. Développe et réduis l'expression $(2x + 1)(3x + 2)$ et corrige la réponse de L'élève.

$$(2x + 1)(3x + 2) = 6x^2 + 4x + 3x + 2 = 6x^2 + 7x + 2$$

Exercice n°4 : L'égalité ci-dessous est-elle juste ? Justifie ta réponse.

$$x(x-1)(x+1) = (x^2-1) - (x^2-2x+1)$$

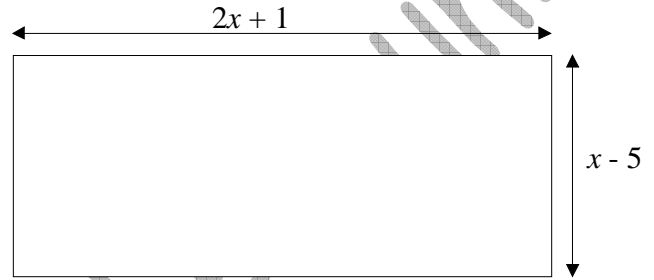
$$\begin{aligned} & x(x-1)(x+1) \\ &= (x^2-x)(x+1) \\ &= x^3+x^2-x^2-x \\ &= x^3-x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (x^2-1) - (x^2-2x+1) \\ &= x^2-1-x^2+2x-1 \\ &= 2x-2 \end{aligned}$$

Comme les solutions sont différentes, alors l'égalité est fausse.

Exercice n°5 :

On considère le rectangle ci-contre où x désigne un nombre supérieur à 5.



4. Ecris une expression sous la forme de deux facteurs donnant l'aire de ce rectangle en fonction de x .

$$\text{Aire} = (2x+1)(x-5)$$

5. Donne une expression, sans parenthèses et réduite, de l'aire de ce rectangle.

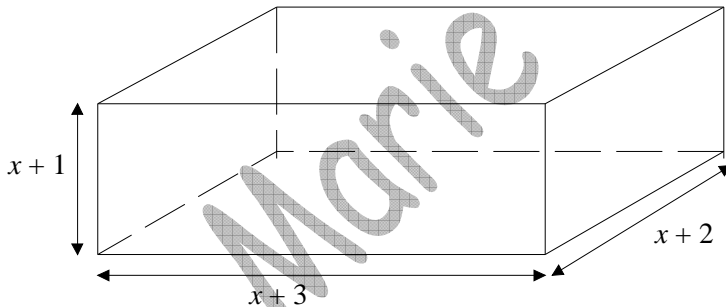
$$\text{Aire} = (2x+1)(x-5) = 2x^2 - 10x + x - 5 = 2x^2 - 9x - 5$$

6. En utilisant les deux réponses précédentes, calcule, de deux manières, l'aire de ce rectangle lorsque $x = 6$.

En utilisant l'expression factorisée, on a : $(2x+1)(x-5) = (2 \times 6 + 1)(6 - 5) = 13 \times 1 = 13$

En utilisant l'expression développée, on a : $2x^2 - 9x - 5 = 2 \times 6^2 - 9 \times 6 - 5 = 2 \times 36 - 54 - 5 = 72 - 54 - 5 = 13$

Exercice n°6 : On considère le parallélépipède rectangle ci-contre où x désigne un nombre positif.



5. Combien a-t-il d'arêtes ? **12 arêtes**
 Exprime, en fonction de x , la longueur de toutes les arêtes mises bout à bout. On appellera P cette expression.

$$P = 4 \times [(x+1) + (x+2) + (x+3)]$$

6. Combien a-t-il de faces ? **6 faces**

Exprime, en fonction de x , l'aire totale de ses faces. On appellera A cette expression.

$$A = 2 \times [(x+1)(x+3) + (x+3)(x+2) + (x+1)(x+2)]$$

7. Exprime, en fonction de x , le volume de ce parallélépipède rectangle. On appellera V cette expression.

$$V = (x+1)(x+2)(x+3)$$

8. Développe et réduis les expressions P , A et V .

$$P = 4 \times [(x+1) + (x+2) + (x+3)] = 4 \times (x+1+x+2+x+3) = 4 \times (3x+6) = 12x+24$$

$$A = 2 \times [(x+1)(x+3) + (x+3)(x+2) + (x+1)(x+2)]$$

$$A = 2 \times [x^2 + 3x + x + 3 + x^2 + 2x + 3x + 6 + x^2 + 2x + x + 2]$$

$$A = 2 \times (3x^2 + 12x + 11)$$

$$A = 6x^2 + 24x + 22$$

$$V = (x+1)(x+2)(x+3)$$

$$V = (x^2 + 2x + x + 2)(x+3)$$

$$V = (x^2 + 3x + 2)(x+3)$$

$$V = x^3 + 3x^2 + 3x^2 + 9x + 2x + 6$$

$$V = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$$

Exercice n°7 : Développe et réduis comme dans l'exemple ci-dessous.

$$B = (3x+4)(2x+5) + (4x-5)(2x-3)$$

$$B = (3x^2 + 15x + 8x + 20) + (8x^2 - 12x - 10x + 15)$$

$$B = (3x^2 + 23x + 20) + (8x^2 - 22x + 15)$$

$$B = 3x^2 + 23x + 20 + 8x^2 - 22x + 15$$

$$B = 11x^2 + x + 35$$

$$C = (x+2)(2x-1) - (x-3)(x+1)$$

$$C = (2x^2 - x + 4x - 2) - (x^2 + x - 3x - 3)$$

$$C = (2x^2 + 3x - 2) - (x^2 - 2x - 3)$$

$$C = 2x^2 + 3x - 2 - x^2 + 2x + 3$$

$$C = x^2 + 5x + 1$$

$$D = 3x(2x+3) + (4x-5)(2x-3)$$

$$D = 6x^2 + 9x + (8x^2 - 12x - 10x + 15)$$

$$D = 6x^2 + 9x + (8x^2 - 22x + 15)$$

$$D = 6x^2 + 9x + 8x^2 - 22x + 15$$

$$D = 14x^2 - 13x + 15$$

$$E = (x+3)(x-3) - 5(-2x+3x+7)$$

$$E = x^2 - 3x + 3x - 9 - 5(x+7)$$

$$E = x^2 - 9 - 5x - 35$$

$$E = x^2 - 5x - 44$$

$$F = 2(x-4)(x+5) - (-2x+1)(3x-5)$$

$$F = 2(x^2 + 5x - 4x - 20) - (6x^2 + 10x + 3x - 5)$$

$$F = 2(x^2 + x - 20) - (6x^2 + 13x - 5)$$

$$F = 2x^2 + 2x - 40 - 6x^2 - 13x + 5$$

$$F = -4x^2 - 11x - 35$$