

Pour prendre un bon départ

Exercice n°1 : Le signe \times (multiplier) peut être sous-entendu dans différentes situations.

- entre un nombre et une lettre : $3x$ signifie $3 \times x$
- entre deux lettres : xy signifie $x \times y$
- entre un nombre et une parenthèse : $2(x+y)$ signifie $2 \times (x+y)$
- entre une lettre et une parenthèse : $(4+x)y$ signifie $(4+x) \times y$
- entre deux parenthèses : $(y+7)(x+4)$ signifie $(y+7) \times (x+4)$
- Remarque : Le produit de x par x se note x^2 : x^2 signifie $x \times x$.

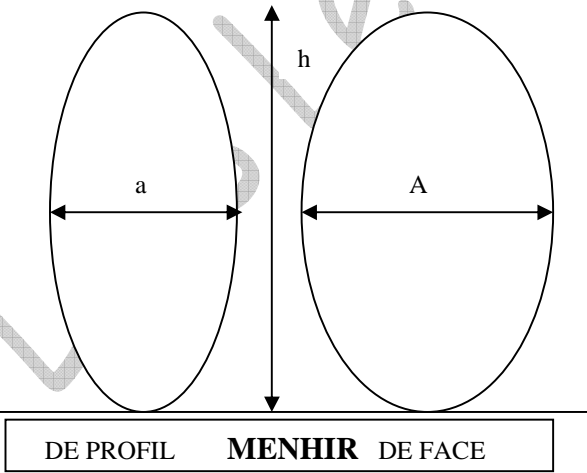
Supprime les signes \times quand c'est possible.

$3 \times a \times b = \dots\dots\dots$; $3 \times a - 5 \times b = \dots\dots\dots$; $a \times (b + 3) = \dots\dots\dots$; $2 \times y \times y = \dots\dots\dots$
 $7 \times a \times b = \dots\dots\dots$; $(7 + a) \times (b + 5) = \dots\dots\dots$; $(a + 5 \times b) \times 3 - 2 \times c \times c = \dots\dots\dots$

Exercice n°2 : Afin de connaître le poids du menhir qu'il doit fournir au client, le livreur de menhirs applique l'une des formules suivantes.

(A , a et h sont en dm et P en kg).

- La formule de Lutèce :
 $P = 0,302\pi h A a$
- La formule de pictave :
 $P = 0,306h(2A^2 + a^2)$
- La formule arverne :
 $P = \frac{\pi h}{10}(A^2 + a^2 + Aa)$
- La formule de Guy l'an neuf :
 $P = \frac{\pi h}{30}(5A^2 + 4a^2)$
- La formule armoricaine :
 $P = 1,22h(0,4A^2 + 0,2Aa + 0,15a^2)$



Deux modèles sont à livrer.

- Un grand menhir : $h = 21$ dm , $A = 10,5$ dm , $a = 9,5$ dm.
- Un petit menhir : $h = 16$ dm , $A = 6,5$ dm , $a = 5$ dm.

Essaye les cinq formules avec les dimensions mesurées.

- La formule de Lutèce :
- La formule de pictave :
- La formule arverne :
- La formule de Guy l'an neuf :
- La formule armoricaine :

Exercice n°3 : Pour $x = 1$, effectue les calculs suivants :

$A = - 4x + 7$

$B = -3(4x - 6)$
 $C = 2(3x + 5) - 4(5x - 7)$
 $D = (5x - 6)(-2x + 8)$
 $E = 5x^2 - 8x - 6$

Exercice n° 4 : Maîtriser le vocabulaire : **somme - termes - produit - facteurs**

1. Complète :

- $4 + 6 - 8$ est une algébrique ; 4 , 6 et - 8 sont les de la somme.
- $x + y - z$ est une algébrique ; x , y et $-z$ sont les de la somme.

Les termes sont les expressions que l'on ajoute ou que l'on retranche.

- $2 \times 3 \times (-8)$ est un ; 2 , 3 et - 8 sont les du produit.
- $xy(-3)$ est un ; x , y et (-3) sont les du produit.

2. Avec des expressions moins évidente :

- $4 + 3 \times 4$ est une somme car s'est l'addition que l'on fait en dernier lieu ; 4 et 3×4 sont les deux de la somme.
- $x + 3y$ est une dont les termes sont et
- $(4 + 5) \times 3$ est un produit car c'est la multiplication que l'on fait en dernier lieu ; $(4 + 5)$ et 3 sont les deux du produit.
- $(x + 3)y$ est un dont les sont
- $(5 + 3)(y + 6)$ est un dont les sont
- $4 + 3 \times 5 + 7$ est un dont les sont
- $x + 3y + 8$ est un dont les sont
- $3x(-y)$ est un dont les sont
- $4x - y$ est un dont les sont

Exercice n°5 : Traduire les expressions suivantes en écriture mathématiques usuelle :

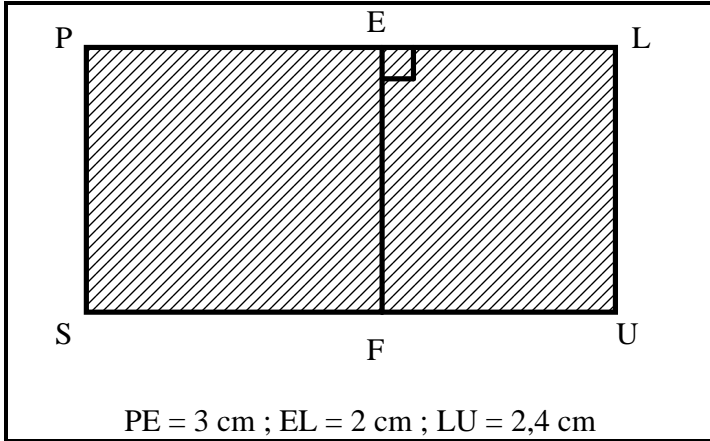
Exemple : « la somme de a et b » se note $a + b$ « le double de x » se note $2x$

- N°1 : « le carré de x » se note
- N°2 : « la différence de a et b » se note
- N°3 : « le produit de a par b » se note
- N°4 : « la somme des carrés de a et b » se note
- N°5 : « le carré de la somme de a et b » se note
- N°6 : « le produit de 8 par $2x + 4$ » se note
- N°7 : « le produit de a par la somme de b et c » se note
- N°8 : « le produit de la somme de a et b par c » se note
- N°9 : « la somme de a et du produit de b par c » se note
- N°10 : « la différence du carré de a et du carré de b » se note

Exercice n°6 : Revoir la distributivité de la multiplication sur l'addition et la soustraction

A) Distributivité de la multiplication sur l'addition

1°)



On veut calculer de deux manières l'aire du rectangle PLUS.

- Calcul direct :

Aire(PLUS) = =(cm²)

- En considérant l'aire du rectangle PLUS comme la somme de deux rectangles :

Aire(PLUS) = Aire(.....) + Aire(.....)

Aire(PLUS) = +

Aire(PLUS) = (cm²)

En comparant les deux résultats, complète : $2,4 \times (2 + 3) = \dots\dots\dots$

Ce résultat est peut-être généralisé de la façon suivante : Si k, x et y désignent des nombres quelconques, Alors :

$k \times (x + y) = \dots\dots\dots$
ou
$k \times x + k \times y = \dots\dots\dots$

$(x + y) \times k = \dots\dots\dots$
ou
$x \times k + y \times k = \dots\dots\dots$

On dit que la multiplication est distributive par rapport à l'addition

2°) Calcule de 2 manières :

	Calcul direct avec respect des conventions	Utilisation de la distributivité
$5 \times (7 + 6)$	$5 \times 13 = 65$	$5 \times 7 + 5 \times 6 = 35 + 30 = 65$
$3 \times (7 + 5)$		
$8 \times (7 + 6 + 1)$		
$(999 + 1) \times 6$		

3°) Encadre les relations exactes et raye les inexactes :

$2 \times (5 + 8) = 2 \times 5 + 8$

$a + (b \times c) = a + b \times c + c$

$9 \times 1 + 9 \times 2 = (1 + 2) \times 9$

$a \times (b + c) = a \times b + c$

$k \times x + k \times y = k + (x \times y)$

$k \times x + k \times y = (x + y) \times k$

$8 \times (1 + 4) = 8 \times 1 + 4 \times 8$

$7 \times 5 + 1 = 7 \times 5 + 7 \times 1$

$6 \times 2 + 3 \times 6 = 6 \times (2 + 3)$

$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

$a \times b + c = a \times b + a \times c$

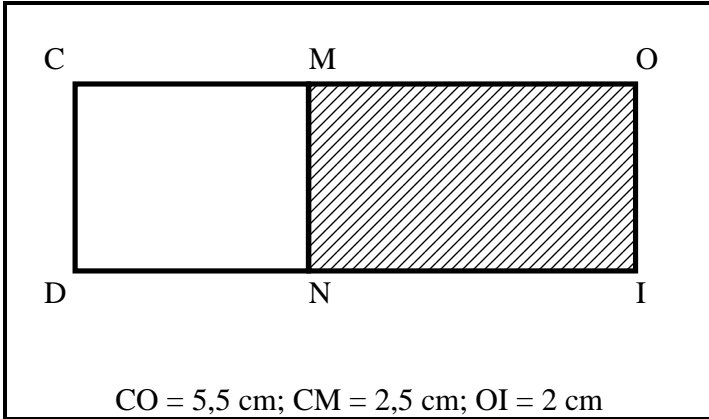
$k \times x + y \times k = k \times (x + y)$

$3 + (5 \times 4) = 3 + 5 \times 3 + 4$

$k \times x + k \times y = k \times (x + y)$

B) Distributivité de la multiplication sur la soustraction

1°)



On veut calculer de deux manières l'aire du rectangle MOIN.

- Calcul direct :

Aire(MOIN) = =(cm²)

- En considérant l'aire du rectangle MOIN comme la différence de deux rectangles :

Aire(MOIN) = Aire(.....) - Aire(.....)

Aire(MOIN) = -

Aire(MOIN) = (cm²)

En comparant les deux résultats, complète : $2 \times (5,5 - 2,5) = \dots\dots\dots$

Ce résultat est peut-être généralisée de la façon suivante : Si k, x et y désignent des nombres quelconques, Alors :

$k \times (x - y) = \dots\dots\dots$ ou $k \times x - k \times y = \dots\dots\dots$

$(x - y) \times k = \dots\dots\dots$ ou $x \times k - y \times k = \dots\dots\dots$

On dit que la multiplication est distributive par rapport à la soustraction

2°) Calcule de 2 manières :

	Calcul direct avec respect des conventions	Utilisation de la distributivité
$4 \times (7 - 5)$	$4 \times 2 = 10$	$4 \times 7 - 4 \times 5 = 28 - 20 = 8$
$7 \times (9 - 4)$		
$8 \times (7 - 6 - 1)$		
$(3\ 002 - 2) \times 4$		

3°) Encadre les relations exactes et raye les inexactes :

$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$

$k \times x - k \times y = k - (x \times y)$

$k \times x - k \times y = k \times (x - y)$

$a \times (b - c) = a \times b - c$

$a - (b \times c) = a - b \times c - c$

$k \times x - k \times y = (x - y) \times k$

$18 \times (9 - 4) = 18 \times 9 - 4 \times 8$

$5 \times 5 - 1 = 5 \times 5 - 5 \times 1$

$a \times b - c = a \times b - a \times c$

$k \times x - y \times k = k \times (x - y)$

$6 \times 2 - 3 \times 6 = 6 \times (2 - 3)$

$6 \times (3 - 4) = 6 \times 3 - 4$

$46 - (4 \times 5) = 46 - 4 \times 5 - 46$

$4 \times 8 - 4 \times 5 = (8 - 5) \times 4$

ACTIVITE 1 : Différencier un « développement » d'une « factorisation »

1°) Il a été demandé à un élève de quatrième de traiter l'exercice suivant :

Question 1 : Développer

$A = 8 \times (5 + 9)$; $B = 8 \times (9 - 4)$; $C = 4(2x + 7)$; $D = 3(6a - b)$
 $E = (7 + 3) \times (2 + 5)$; $F = (x + 3)(x + 2)$; $G = (2x - 4)(x - 5)$

Question 2 : Factoriser

$H = 21 + 63$; $I = 54 - 30$; $J = 14x + 21$; $K = 6a - 15b$

Ci-dessous se trouvent les réponses de l'élève ainsi que l'appréciation apportée par le professeur.

Question 1 :

$A = 8 \times (5 + 9) = 8 \times 5 + 8 \times 9 = 40 + 72$

Bien

$B = 8 \times (9 - 4) = 8 \times 5$

Faux, car tu dois obtenir une somme de termes

$C = 4(2x + 7) = 4 \times 2x + 4 \times 7 = 8x + 28$

Bien

$D = 3(6a - b) = 3 \times 6a - 3 \times b = 18a - 3b$

Bien

$E = (7 + 3) \times (2 + 5) = 10 \times 7$

Faux. Ici tu as un produit de deux facteurs !!!

$F = (x + 3)(x + 2) = x \times x + x \times 2 + 3 \times x + 3 \times 2 = x^2 + 2x + 3x + 6$

Bien

$G = (2x - 4)(x - 5) = 2x \times x - 2x \times 5 - 4 \times x + 4 \times 5 = 2x^2 - 10x - 4x + 20$

Bien

Question 2 :

$H = 21 + 63 = 7 \times 3 + 7 \times 9 = 7 \times (3 + 9)$

Bien

$I = 54 - 30 = 6 \times 9 - 6 \times 5$

Tu n'as pas terminé. On doit avoir un produit de facteurs

$J = 14x + 21 = 7 \times 2x + 7 \times 3$

Même remarque que ci-dessus.

$K = 6a - 15b = 3 \times 2a - 3 \times 5b = 3(2a - 5b)$

Bien

En observant les réponses de l'élève ainsi que les appréciations, complète les deux phrases ci-dessous en utilisant le vocabulaire : termes - facteurs - un produit - une somme.

Développer, c'est transformer de en de

Factoriser, c'est transformer de en de

2°) On dira que $7 \times x + 7 \times 2$ (ou $7x + 14$) est une expression développée, et, $9(2y + 3)$ est une expression factorisée.

En utilisant les expressions de départ ainsi que les solutions justes de l'exercice traité par l'élève, complète le tableau ci-dessous.

Les expressions développées sont :	Les expressions factorisées sont :

Exercice n°7 : Pour chaque expression ci-dessous, dire quelle est la question que l'on pourrait demander.

Complète par : **Développer** ou **Factoriser**.

$\frac{2}{3}b - b + \frac{1}{2}b$	$2(-3x - 4)$
$-3x + 8x$	$1,2x + 2,5x$
$(4x + 5)(2x + 3)$	$\frac{3}{2}\left(4x + \frac{5}{3}\right)$
$7x - 11x$	$-\frac{5}{6}\left(\frac{3}{5}x - \frac{6}{5}\right)$
$(x + 1)(x + 2)$	$2a - 5a + 12a$
$\frac{3}{2}x^3 - x^3$	$5(2x - 5)(3x + 5)$
$(4 - 5x)(8x - 3)(x + 9)$	$7ab - 3ab + 18ab$
$-3x^2 - 7x^2$	$3(-2x + 5)$
$(-5x + 3)(-3x - 5)$	$2x^2 - 5x^2$
$5\pi x - \pi x - 4\pi x$	

Exercice n°8 : Dire si les expressions ci-dessous sont sous forme développée ou factorisée :

$7(8x + 9)$	$4x^2 + 8x + 4$
$15 + 12$	$24m^2 - 30m$
$\frac{7}{3}(5x + 2)$	$(2x - 4)^2$
$\frac{3}{12}y\left(\frac{5}{3}y + \frac{1}{4}x\right)$	$\frac{2}{7}\left(\frac{5}{3}x + \frac{5}{11}\right)$
$9a^3$	$a^2 + 2a + 7$
$825x - 8250$	$(3x + 2)(4x - 5)$
$(x - 25)(3x + 8)(8x - 1)$	$a(a + 2) + 2a$

Exercice n°9 : Développer en utilisant la distributivité.

On utilise les règles suivantes : $k \times (x + y) = \dots\dots\dots$ $k \times (x - y) = \dots\dots\dots$

Exemples : $3(2 + 5) = 3 \times 2 + 3 \times 5 = 6 + 15$; $3(2 + 4x) = 3 \times 2 + 3 \times 4x = 6 + 12x$

Développe :

$8(3x + 2) = \dots\dots\dots$

$7(4x - 1) = \dots\dots\dots$

$9(u - v) = \dots\dots\dots$

$9x(2y + 7) = \dots\dots\dots$

$$x(3x + 2) = \dots\dots\dots$$

$$5(y - 6) = \dots\dots\dots$$

$$12(10a + 12b) = \dots\dots\dots$$

$$4(2x + 3) = \dots\dots\dots$$

Exercice n°10 : REDUIRE une somme

Exemple : On veut réduire $5x + 3x$.

On utilise la factorisation puis on calcule la somme située dans les parenthèses.

$$5x + 3x = x \times 5 + x \times 3 = x \times (5 + 3) = x \times 9 = 9x$$

« On compte les x »

On dit que la somme $5x + 3x$ a été réduite.

Remarque : On ne peut pas réduire $4 + 3x$

Réduire si possible

$$8x + 12x = \dots\dots\dots \quad 25x - 15x - 5x = \dots\dots\dots$$

$$4a - 2 = \dots\dots\dots \quad 3x + 2x = \dots\dots\dots$$

$$5x + 4x - 2x = \dots\dots\dots \quad 2x + 3 = \dots\dots\dots$$

$$5x + 2y = \dots\dots\dots \quad 4x + x + 5y = \dots\dots\dots$$

$$8x - 2x = \dots\dots\dots \quad 2x + 3 + 8x + 4 = \dots\dots\dots$$

Attention à ne pas confondre sommes et produits de puissances de x

Somme	Produit
$2x + 7 =$	$2x \times 7 =$
$x + x =$	$x \times x =$
$x + 3x =$	$x \times 3x =$
$2x + 3x =$	$2x \times 3x =$
$2x + 3x^2 =$	$2x \times 3x^2 =$
$2x + 3y =$	$2x \times 3y =$

Exercice n°11 : Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = 3(x + 5) - 4(x - 2) \quad ; \quad B = 4(2x - 7) + 2(5 - 4x) \quad ; \quad C = (2x + 1) + 10(5 + 3x)$$

$$D = 2\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right) + 6\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{12}\right) \quad ; \quad E = 2(a + 3) - 5(b - 4) \quad ; \quad F = -3(3 - a) - 4(3 - b)$$

$$G = 9(4 - a + b) - 3(5 - 3a + 3b) \quad ; \quad H = (2a - 3) - 2(-5 - b) \quad ; \quad I = a(a - 2) - a(3 + a)$$

$$J = a(b - a) + b(a + b)$$

Exercice n°12 : Développe et réduis les expressions suivantes :

$$A = 11 + 2(x+1) + 3x \quad ; \quad B = 7y + 3(6-y) + 2 \quad ; \quad C = 2(5+2x) + 3(x-4)$$

$$D = -5(2y+7) + 4(7+3y) \quad ; \quad E = 6 - 4(3x+8) \quad ; \quad F = -3y + 3(5y+6) + 2y$$

$$G = -2x - 7(3x+5) + 1 \quad ; \quad H = -3(y+4) - 2(4-2y)$$

ACTIVITE 2 : Parenthèses précédées du signe plus ou du signe moins

A. Découvertes

1. Complète les quatre tableaux ci-dessous :

a	b	c	b + c	a + (b + c)	a + b + c
2	3	4			
4	2	-3			
-3	-4	2			

a	b	c	b - c	a + (b - c)	a + b - c
2	3	4			
4	2	-3			
-3	-4	2			

a	b	c	b + c	a - (b + c)	a - b - c
2	3	4			
4	2	-3			
-3	-4	2			

a	b	c	b - c	a - (b - c)	a - b + c
2	3	4			
4	2	-3			
-3	-4	2			

2. En observant les résultats obtenus dans les tableaux précédents, complète les deux égalités suivantes.
 Pour tout nombre relatif a, b et c :

$a + (b + c) = \dots\dots\dots$	$a + (b - c) = \dots\dots\dots$
$a - (b + c) = \dots\dots\dots$	$a - (b - c) = \dots\dots\dots$

B. Règles

Comment supprime-t-on des parenthèses précédées du signe plus ?

.....

Comment supprime-t-on des parenthèses précédées du signe moins ?

.....

Exercice n°13 : Supprime les parenthèses dans les expressions suivantes et réduis le résultat

$$A = -1 + (4x + 5x) + (2 - x) \quad ; \quad B = (3 + 4x) - (-3 - 3x) \quad ; \quad C = 3 - (x + y) + (2x - 3y)$$

$$D = -4 + (3 - 6z) - (3 + t) \quad ; \quad E = (6 + y) - (3 - 10y)$$

Exercice n°14 : Supprime les parenthèses dans les expressions suivantes et réduis le résultat

$$A = (2x + 7) + (3x - 6) \quad ; \quad B = (3 - 5x) - (-3 + 6y) \quad . \quad C = -2 + (5 - y) + (-3 + 6y)$$

$$D = 6 + (7a - 6) - (1 + 7a) - 1$$

Exercice n°15 : Supprime les parenthèses dans les expressions suivantes et réduis le résultat

$$A = (x^2 + 5x - 3) + (x^2 - x + 7) \quad ; \quad B = (3x^2 - 4x - 3) - (x^2 - 2x + 1)$$

$$C = -(x^2 + 6x - 3) + (x^2 + 2x + 1) \quad . \quad D = -(x^2 - 3x + 1) - (x^2 + 5x - 3)$$

Correction

Pour prendre un bon départ

Exercice n°1 : Le signe \times (multiplier) peut être sous-entendu dans différentes situations.

- entre un nombre et une lettre : $3x$ signifie $3 \times x$
- entre deux lettres : xy signifie $x \times y$
- entre un nombre et une parenthèse : $2(x + y)$ signifie $2 \times (x + y)$
- entre une lettre et une parenthèse : $(4 + x)y$ signifie $(4 + x) \times y$
- entre deux parenthèses : $(y + 7)(x + 4)$ signifie $(y + 7) \times (x + 4)$
- Remarque : Le produit de x par x se note x^2 : x^2 signifie $x \times x$.

Supprime les signes \times quand c'est possible.

$$3 \times a \times b = 3ab \quad ; \quad 3 \times a - 5 \times b = 3a - 5b \quad ; \quad a \times (b + 3) = a(b + 3) \quad ; \quad 2 \times y \times y = 2y^2$$

$$7 \times a \times b = 7ab \quad ; \quad (7 + a) \times (b + 5) = (7 + a)(b + 5) \quad ; \quad (a + 5 \times b) \times 3 - 2 \times c \times c = 3(a + 5b) - 2c^2$$

Exercice n°2 : Afin de connaître le poids du menhir qu'il doit fournir au client, le livreur de menhirs applique l'une des formules suivantes.

(A , a et h sont en dm et P en kg).

• La formule de Lutèce :		
$P = 0,302\pi h A a$	$P \approx 493,36$	$P \approx 1\,987,42$
• La formule de pictave :		
$P = 0,306h(2A^2 + a^2)$	$P \approx 536,11$	$P \approx 1\,996,88$
• La formule arverne :		
$P = \frac{\pi h}{10}(A^2 + a^2 + Aa)$	$P \approx 501,40$	$P \approx 1\,980,85$
• La formule de Guy l'an neuf :		
$P = \frac{\pi h}{30}(5A^2 + 4a^2)$	$P \approx 521,50$	$P \approx 2\,006,14$
• La formule armoricaine :		
$P = 1,22h(0,4A^2 + 0,2Aa + 0,15a^2)$	$P \approx 529,97$	$P \approx 1\,987,79$

Deux modèles sont à livrer.

- Un grand menhir : $h = 21$ dm , $A = 10,5$ dm , $a = 9,5$ dm.
- Un petit menhir : $h = 16$ dm , $A = 6,5$ dm , $a = 5$ dm.

Exercice n°4 : Maîtriser le vocabulaire : **somme** - **termes** - **produit** - **facteurs**

Complète :

- $4 + 6 - 8$ est une **somme** algébrique ; 4 , 6 et - 8 sont les **termes** de la somme.
- $x + y - z$ est une **somme** algébrique ; x , y et - z sont les **termes** de la somme.

Les termes sont les expressions que l'on ajoute ou que l'on retranche.

- $2 \times 3 \times (-8)$ est un **produit** ; 2, 3 et -8 sont les **facteurs** du produit.
- $xy(-3)$ est un **produit** ; x , y et (-3) sont les **facteurs** du produit.

Avec des expressions moins évidente :

- $4 + 3 \times 4$ est une **somme** car s'est l'addition que l'on fait en dernier lieu ; 4 et 3×4 sont les deux **termes** de la somme.
- $x + 3y$ est une **somme** dont les termes sont x et $3y$
- $(4 + 5) \times 3$ est un **produit** car c'est la multiplication que l'on fait en dernier lieu ; $(4 + 5)$ et 3 sont les deux **facteurs** du produit.
- $(x + 3)y$ est un **produit** dont les **facteurs** sont : $(x + 3)$ et y
- $(5 + 3)(y + 6)$ est un **produit** dont les **facteurs** sont : $(5 + 3)$ et $(y + 6)$
- $4 + 3 \times 5 + 7$ est une **somme** dont les **termes** sont : 4 ; 3×5 et 7
- $x + 3y + 8$ est une **somme** dont les **termes** sont : x ; $3y$ et 8
- $3x(-y)$ est un **produit** dont les **facteurs** sont : 3 ; x et $(-y)$
- $4x - y$ est une **somme** dont les **termes** sont : $4x$ et $-y$

Faire des phrases sur le modèle des exemples précédente avec les expressions suivantes :

$7 + 4 \times a$ est ... ; $(8 + a) \times 5$ est ... ; $9ab$ est ... ; $7(a + b)$ est ... ; $4 + ab$ est ...
 $4x + 5y$ est ... ; $a + bc + d$ est ... ; $(a + b)c + d$ est ... ; $a + b(c + d)$ est ... ;
 $(a + b)(c + d)$ est ... ; $b^2 + ac$ est ...

Exercice n°5 : Traduire les expressions suivantes en écriture mathématique usuelle :

Exemple : « la somme de a et b » se note $a + b$
« le double de x » se note $2x$

N°1 : « le carré de x » se note x^2

N°2 : « la différence de a et b » se note $a - b$

N°3 : « le produit de a par b » se note ab

N°4 : « la somme des carrés de a et b » se note $a^2 + b^2$

N°5 : « le carré de la somme de a et b » se note $(a + b)^2$

N°6 : « le produit de 8 par $2x + 4$ » se note $8(2x + 4)$

N°7 : « le produit de a par la somme de b et c » se note $a(b + c)$

N°8 : « le produit de la somme de a et b par c » se note $c(a + b)$

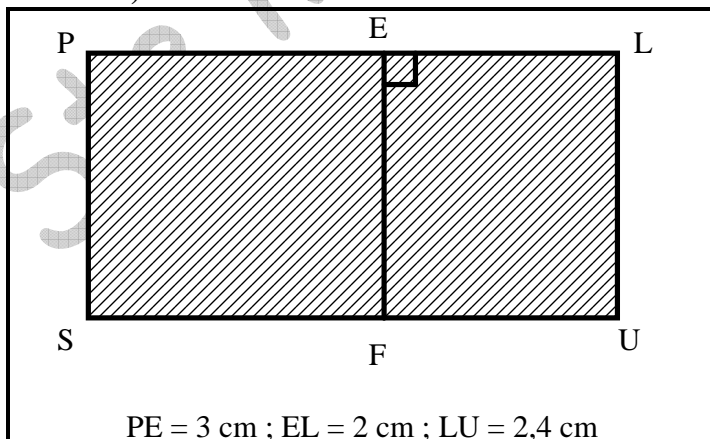
N°9 : « la somme de a et du produit de b par c » se note $a + bc$

N°10 : « la différence du carré de a et du carré de b » se note $a^2 - b^2$

Exercice n°6 : Revoir la distributivité de la multiplication sur l'addition et la soustraction

A) Distributivité de la multiplication sur l'addition

1°)



On veut calculer de deux manières l'aire du rectangle PLUS.

- Calcul direct :

$$\text{Aire(PLUS)} = 2,4 \times (3 + 2) = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- En considérant l'aire du rectangle PLUS comme la somme de deux rectangles :

$$\text{Aire(PLUS)} = \text{Aire(PEFS)} + \text{Aire(ELUF)}$$

$$\text{Aire(PLUS)} = 3 \times 2,4 + 2 \times 2,4$$

$$\text{Aire(PLUS)} = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$$

En comparant les deux résultats, complète : $2,4 \times (2 + 3) = 2,4 \times 2 + 2,4 \times 3$

Ce résultat est peut-être généralisé de la façon suivante : Si k, x et y désignent des nombres quelconques,

Alors :

$$k \times (x + y) = k \times x + k \times y$$

ou

$$k \times x + k \times y = k \times (x + y)$$

$$(x + y) \times k = x \times k + y \times k$$

ou

$$x \times k + y \times k = (x + y) \times k$$

On dit que la multiplication est distributive par rapport à l'addition

2°) Calcule de 2 manières :

	Calcul direct avec respect des conventions	Utilisation de la distributivité
$5 \times (7 + 6)$	$5 \times 13 = 65$	$5 \times 7 + 5 \times 6 = 35 + 30 = 65$
$3 \times (7 + 5)$	$3 \times 12 = 36$	$3 \times 7 + 3 \times 5 = 21 + 15 = 36$
$8 \times (7 + 6 + 1)$	$8 \times 14 = 112$	$8 \times 7 + 8 \times 6 + 8 \times 1 = 56 + 48 + 8 = 112$
$(999 + 1) \times 6$	$1\,000 \times 6 = 6\,000$	$6 \times 999 + 6 \times 1 = 5\,994 + 6 = 6\,000$

3°) Encadre les relations exactes et raye les inexactes :

~~$2 \times (5 + 8) = 2 \times 5 + 8$~~

~~$a + (b \times c) = a + b \times c + c$~~

$9 \times 1 + 9 \times 2 = (1 + 2) \times 9$

~~$a \times (b + c) = a \times b + c$~~

~~$k \times x + k \times y = k + (x \times y)$~~

$k \times x + k \times y = (x + y) \times k$

$8 \times (1 + 4) = 8 \times 1 + 4 \times 8$

~~$7 \times 5 + 1 = 7 \times 5 + 7 \times 1$~~

$6 \times 2 + 3 \times 6 = 6 \times (2 + 3)$

$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

~~$a \times b + c = a \times b + a \times c$~~

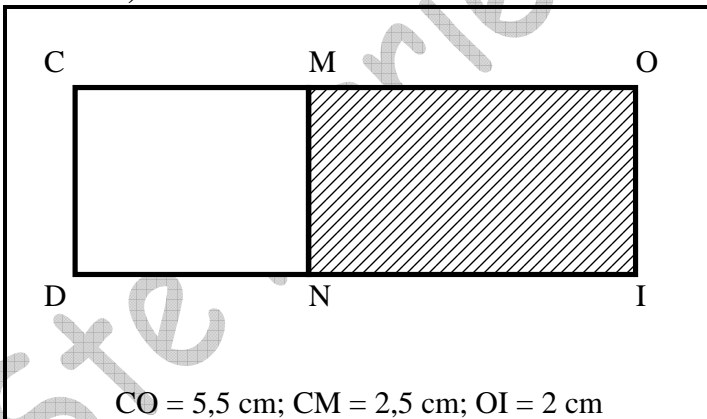
$k \times x + y \times k = k \times (x + y)$

~~$3 + (5 \times 4) = 3 + 5 \times 3 + 4$~~

$k \times x + k \times y = k \times (x + y)$

B) Distributivité de la multiplication sur la soustraction

1°)



On veut calculer de deux manières l'aire du rectangle MOIN.

• Calcul direct :

$$\text{Aire(MOIN)} = (5,5 - 2,5) \times 2 = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$$

• En considérant l'aire du rectangle MOIN comme la différence de deux rectangles :

$$\text{Aire(MOIN)} = \text{Aire(COID)} - \text{Aire(CMND)}$$

$$\text{Aire(MOIN)} = 5,5 \times 2 - 2,5 \times 2$$

$$\text{Aire(MOIN)} = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$$

En comparant les deux résultats, complète : $2 \times (5,5 - 2,5) = 2 \times 5,5 - 2 \times 2,5$

Ce résultat est peut-être généralisée de la façon suivante : Si k, x et y désignent des nombres quelconques,

Alors :

$$k \times (x - y) = k \times x - k \times y$$

ou

$$(x - y) \times k = x \times k - y \times k$$

ou

$$k \times x - k \times y = k \times (x - y)$$

$$x \times k - y \times k = (x - y) \times k$$

On dit que la multiplication est distributive par rapport à la soustraction

2°) Calcule de 2 manières :

	Calcul direct avec respect des conventions	Utilisation de la distributivité
$4 \times (7 - 5)$	$4 \times 2 = 8$	$4 \times 7 - 4 \times 5 = 28 - 20 = 8$
$7 \times (9 - 4)$	$7 \times 5 = 35$	$7 \times 9 - 7 \times 4 = 63 - 28 = 35$
$8 \times (7 - 6 - 1)$	$8 \times 0 = 0$	$8 \times 7 - 8 \times 6 - 8 \times 1 = 56 - 48 - 8 = 0$
$(3\ 002 - 2) \times 4$	$3\ 000 \times 4 = 12\ 000$	$3\ 002 \times 4 - 2 \times 4 = 12\ 008 - 8 = 12\ 000$

3°) Encadre les relations exactes et raye les inexactes :

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

$$k \times x - k \times y = k - (x \times y)$$

$$k \times x - k \times y = k \times (x - y)$$

~~$$a \times (b - c) = a \times b - c$$~~

~~$$a - (b \times c) = a - b \times c - c$$~~

~~$$k \times x - k \times y = (x - y) \times k$$~~

~~$$18 \times (9 - 4) = 18 \times 9 - 4 \times 8$$~~

~~$$5 \times 5 - 1 = 5 \times 5 - 5 \times 1$$~~

~~$$a \times b - c = a \times b - a \times c$$~~

$$k \times x - y \times k = k \times (x - y)$$

$$6 \times 2 - 3 \times 6 = 6 \times (2 - 3)$$

~~$$6 \times (3 - 4) = 6 \times 3 - 4$$~~

~~$$46 - (4 \times 5) = 46 - 4 \times 5 = 46$$~~

$$4 \times 8 - 4 \times 5 = (8 - 5) \times 4$$

ACTIVITE 1 : Différencier un « développement » d'une « factorisation »

1°) Il a été demandé à un élève de quatrième de traiter l'exercice suivant :

Développer, c'est transformer un produit de facteurs en une somme de termes

Factoriser, c'est transformer une somme de termes en un produit de facteurs

2°) On dira que $7 \times x + 7 \times 2$ (ou $7x + 14$) est une expression développée, et, $9(2y + 3)$ est une expression factorisée.

En utilisant les expressions de départ ainsi que les solutions justes de l'exercice traiter par l'élève, complète le tableau ci-dessous.

Les expressions développées sont :	Les expressions factorisées sont :
$H = 21 + 63$; $I = 54 - 30$; $J = 14x + 21$	$A = 8 \times (5 + 9)$; $B = 8 \times (9 - 4)$; $C = 4(2x + 7)$
$K = 6a - 15b$	$D = 3(6a - b)$; $E = (7 + 3) \times (2 + 5)$
$8x + 28$; $18a - 3b$; $x^2 + 2x + 3x + 6$	$F = (x + 3)(x + 2)$; $G = (2x - 4)(x - 5)$
$2x^2 - 10x - 4x + 20$; $6 \times 9 - 6 \times 5$	$7 \times (3 + 9)$
$7 \times 2x + 7 \times 3$	$3(2a - 5b)$

Exercice n°7 : Pour chaque expression ci-dessous, dire quelle est la question que l'on pourrait demander.

Complète par : Développer ou Factoriser.

$$\frac{2}{3}b - b + \frac{1}{2}b \text{ factoriser}$$

$$-3x + 8x \text{ factoriser}$$

$$(4x + 5)(2x + 3) \text{ développer}$$

$$7x - 11x \text{ factoriser}$$

$$2(-3x - 4) \text{ développer}$$

$$1,2x + 2,5x \text{ factoriser}$$

$$\frac{3}{2} \left(4x + \frac{5}{3} \right) \text{ développer}$$

$$(x+1)(x+2) \text{ développer}$$

$$\frac{3}{2}x^3 - x^3 \text{ factoriser}$$

$$(4-5x)(8x-3)(x+9) \text{ développer}$$

$$-3x^2 - 7x^2 \text{ factoriser}$$

$$(-5x+3)(-3x-5) \text{ développer}$$

$$5\pi x - \pi x - 4\pi x \text{ factoriser}$$

$$-\frac{5}{6}\left(\frac{3}{5}x - \frac{6}{5}\right) \text{ développer}$$

$$2a - 5a + 12a \text{ factoriser}$$

$$5(2x-5)(3x+5) \text{ développer}$$

$$7ab - 3ab + 18ab \text{ factoriser}$$

$$3(-2x+5) \text{ développer}$$

$$2x^2 - 5x^2 \text{ factoriser}$$

Exercice n°8 : Dire si les expressions ci-dessous sont sous forme développée ou factorisée :

$$7(8x+9) \text{ forme factorisée}$$

$$15+12 \text{ forme développée}$$

$$\frac{7}{3}(5x+2) \text{ forme factorisée}$$

$$\frac{3}{12}y\left(\frac{5}{3}y + \frac{1}{4}x\right) \text{ forme factorisée}$$

$$9a^3 \text{ forme factorisée}$$

$$825x - 8\,250 \text{ forme développée}$$

$$(x-25)(3x+8)(8x-1) \text{ forme factorisée}$$

$$4x^2 + 8x + 4 \text{ forme développée}$$

$$24m^2 - 30m \text{ forme développée}$$

$$(2x-4)^2 \text{ forme factorisée}$$

$$\frac{2}{7}\left(\frac{5}{3}x + \frac{5}{11}\right) \text{ forme factorisée}$$

$$a^2 + 2a + 7 \text{ forme développée}$$

$$(3x+2)(4x-5) \text{ forme factorisée}$$

$$a(a+2) + 2a \text{ forme développée}$$

Exercice n°9 : Développer en utilisant la distributivité.

$$8(3x+2) = 8 \times 3x + 8 \times 2 = 24x + 16$$

$$7(4x-1) = 7 \times 4x - 7 \times 1 = 28x - 7$$

$$9(u-v) = 9 \times u - 9 \times v = 9u - 9v$$

$$9x(2y+7) = 9x \times 2y + 9x \times 7 = 18xy + 63x$$

$$x(3x+2) = x \times 3x + x \times 2 = 3x^2 + 2x$$

$$5(y-6) = 5 \times y - 5 \times 6 = 5y - 30$$

$$12(10a+12b) = 12 \times 10a + 12 \times 12b = 120a + 144b$$

$$4(2x+3) = 4 \times 2x + 4 \times 3 = 8x + 12$$

Exercice n°10 : REDUIRE une somme

$$8x + 12x = 20x$$

$$4a - 2 =$$

$$5x + 4x - 2x = 7x$$

$$5x + 2y =$$

$$8x - 2x = 6x$$

$$25x - 15x - 5x = 5x$$

$$3x + 2x = 5x$$

$$2x + 3 =$$

$$4x + x + 5y = 5x + 5y$$

$$2x + 3 + 8x + 4 = 10x + 7$$

Attention à ne pas confondre sommes et produits de puissances de x

Somme	Produit
$2x+7 =$	$2x \times 7 = 14x$
$x+x = 2x$	$x \times x = x^2$
$x+3x = 4x$	$x \times 3x = 3x^2$
$2x+3x = 5x$	$2x \times 3x = 6x^2$
$2x+3x^2 =$	$2x \times 3x^2 = 6x^3$
$2x+3y =$	$2x \times 3y = 6xy$

Exercice n°11 : Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = 3(x + 5) - 4(x - 2)$$

$$A = 3x + 15 - 4x + 8$$

$$A = 23 - x$$

$$B = 4(2x - 7) + 2(5 - 4x)$$

$$B = 8x - 28 + 10 - 8x$$

$$B = -18$$

$$C = (2x + 1) + 10(5 + 3x)$$

$$C = 2x + 1 + 50 + 30x$$

$$C = 51 + 32x$$

$$D = 2\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right) + 6\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{12}\right)$$

$$D = x + \frac{1}{2} + 2x - \frac{1}{2}$$

$$D = 3x$$

$$E = 2(a + 3) - 5(b - 4)$$

$$E = 2a + 6 - 5b + 20$$

$$E = 26 + 2a - 5b$$

$$F = -3(3 - a) - 4(3 - b)$$

$$F = -9 + 3a - 12 + 4b$$

$$F = -21 + 3a + 4b$$

$$G = 9(4 - a + b) - 3(5 - 3a + 3b)$$

$$G = 36 - 9a + 9b - 15 + 9a - 9b$$

$$G = 21$$

$$H = (2a - 3) - 2(-5 - b)$$

$$H = 2a - 3 + 10 + 2b$$

$$H = 7 + 2a + 2b$$

$$I = a(a - 2) - a(3 + a)$$

$$I = a^2 - 2a - 3a - a^2$$

$$I = -5a$$

$$J = a(b - a) + b(a + b)$$

$$J = ab - a^2 + ab + b^2$$

$$J = 2ab - a^2 + b^2$$

Exercice n°12 : Développe et réduis les expressions suivantes :

$$A = 11 + 2(x + 1) + 3x$$

$$A = 11 + 2x + 2 + 3x$$

$$A = 5x + 13$$

$$B = 7y + 3(6 - y) + 2$$

$$B = 7y + 18 - 3y + 2$$

$$B = 4y + 20$$

$$C = 2(5 + 2x) + 3(x - 4)$$

$$C = 10 + 4x + 3x - 12$$

$$C = 7x - 2$$

$$D = -5(2y + 7) + 4(7 + 3y)$$

$$D = -10y - 35 + 28 + 12y$$

$$D = 2y - 7$$

$$E = 6 - 4(3x + 8)$$

$$E = 6 - 12x - 32$$

$$E = -12x - 26$$

$$F = -3y + 3(5y + 6) + 2y$$

$$F = -3y + 15y + 18 + 2y$$

$$F = 14y + 18$$

$$G = -2x - 7(3x + 5) + 1$$

$$G = -2x - 21x - 35 + 1$$

$$G = -23x - 34$$

$$H = -3(y + 4) - 2(4 - 2y)$$

$$H = -3y - 12 - 8 + 4y$$

$$H = y - 20$$

ACTIVITE 2 : Parenthèses précédées du signe plus ou du signe moins

A . Découvertes

1. Complète les quatre tableaux ci-dessous :

a	b	c	b + c	a + (b + c)	a + b + c
2	3	4	7	9	9
4	2	-3	-1	3	3
-3	-4	2	-2	-5	-5

a	b	c	b - c	a + (b - c)	a + b - c
2	3	4	-1	1	1
4	2	-3	5	9	9
-3	-4	2	-6	-9	-9

a	b	c	b + c	a - (b + c)	a - b - c
2	3	4	7	-5	-5
4	2	-3	-1	5	5
-3	-4	2	-2	-1	-1

a	b	c	b - c	a - (b - c)	a - b + c
2	3	4	-1	3	3
4	2	-3	5	-1	-1
-3	-4	2	-6	3	3

2. En observant les résultats obtenus dans les tableaux précédents, complète les deux égalités suivantes.

Pour tout nombre relatif a , b et c :

$$a + (b + c) = a + b + c$$

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$a + (b - c) = a + b - c$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

Exercice n°13 :

$$A = -1 + (4x + 5x) + (2 - x) = -1 + 4x + 5x + 2 - x = 8x + 1$$

$$B = (3 + 4x) - (-3 - 3x) = 3 + 4x + 3 + 3x = 7x + 6$$

$$C = 3 - (x + y) + (2x - 3y) = 3 - x - y + 2x - 3y = x - 4y + 3$$

$$D = -4 + (3 - 6z) - (3 + t) = -4 + 3 - 6z + 3 - t = -6z - t + 2$$

$$E = (6 + y) - (3 - 10y) = 6 + y + 3 + 10y = 11y + 9$$

Exercice n°14 :

$$A = (2x + 7) + (3x - 6) = 2x + 7 + 3x - 6 = 5x + 1$$

$$B = (3 - 5x) - (-3 + 6y) = 3 - 5x + 3 - 6y = -5x - 6y + 6$$

$$C = -2 + (5 - y) + (-3 + 6y) = -2 + 5 - y - 3 + 6y = 5y$$

$$D = 6 + (7a - 6) - (1 + 7a) - 1 = 6 + 7a - 6 - 1 - 7a - 1 = -2$$

Exercice n°15 :

$$A = (x^2 + 5x - 3) + (x^2 - x + 7) = x^2 + 5x - 3 + x^2 - x + 7 = 2x^2 + 4x + 4$$

$$B = (3x^2 - 4x - 3) - (x^2 - 2x + 1) = 3x^2 - 4x - 3 - x^2 + 2x - 1 = 2x^2 - 2x - 4$$

$$C = -(x^2 + 6x - 3) + (x^2 + 2x + 1) = -x^2 - 6x + 3 + x^2 + 2x + 1 = -4x + 4$$

$$D = -(x^2 - 3x + 1) - (x^2 + 5x - 3) = -x^2 + 3x - 1 - x^2 - 5x + 3 = -2x^2 - 2x + 2$$